



**Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра теорії функцій та методики навчання математики**

СИЛАБУС

вибіркового освітнього компонента

**АПРОКСИМАТИВНІ ВЛАСТИВОСТІ ІНТЕГРАЛІВ
ПУАССОНА**

| | |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Рівень вищої освіти | Перший (бакалаврський) |
| Галузь знань | 11 Математика та статистика |
| Спеціальність | 111 Математика |
| Освітня програма | Математика (редакція 2023 року зі змінами 2025 року) |
| Форма здобуття освіти | Денна |
| Розробник (викладач) | Харкевич Юрій Іліодорович, кандидат фіз.-мат. наук, професор |
| Контактна інформація | Електронна адреса викладача: kharkevich.yuriy@vnu.edu.ua Телефон: 099-763-97-54 |
| Семестр, курс | 7 семестр, IV курс |
| Обсяг освітнього компонента | Загальний обсяг: 5 кредитів / 150 годин. Аудиторних годин: 30; з них: лекцій – 10 год., практичних – 20 год. Самостійної роботи: 110 годин. Консультацій: 10 год. |
| Форма контролю | Залік |
| Мова навчання | Українська |
| Дні занять | Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку. |
| Анотація курсу | Силабус вибіркового освітнього компонента «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» складено з урахуванням можливості формування індивідуальної освітньої траєкторії здобувачів освіти першого (бакалаврського) рівня. Дисципліна спрямована на дослідження асимптотичної поведінки наближень функцій із різних функціональних класів за допомогою інтегралів Пуассона. Особлива увага приділяється вивченню дробових та узагальнених похідних (зокрема похідних у розумінні Вейля–Надя та (ψ, β) -похідних), побудові повних асимптотичних розкладів та дослідженню порядку і класу насичення лінійних методів. Значна частина курсу присвячена апроксимативним властивостям інтегралів Пуассона на класах Соболева, класах спряжених функцій, класах Степанця та класах локально сумовних функцій, заданих на всій числовій осі. |
| Мета і завдання освітнього компонента | Метою курсу є сформувати у здобувачів освіти цілісне уявлення про предмет і методи теорії наближення функцій, ознайомити з основами теорії наближення функціональних класів лінійними методами підсумовування рядів Фур'є (зокрема інтегралами Пуассона) та навчити застосовувати отримані знання для дослідження і розв'язання задач теорії наближення. Основними завданнями вивчення дисципліни «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» є: |

| | |
|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | <ul style="list-style-type: none"> • ознайомити із символами Ландау; • сформувати знання про класифікацію періодичних та диференційовних функцій; • ознайомити з дробовими та узагальненими похідними та відповідними класами функцій; • навчити визначати порядок та клас насичення лінійних методів підсумовування рядів Фур'є; • сформувати навички побудови асимптотичних розкладів величин наближень; • розвинути вміння досліджувати апроксимативні властивості інтегралів Пуассона на різних функціональних класах; • сформувати здатність розв'язувати задачу Колмогорова–Нікольського для інтеграла Пуассона в рівномірній та інтегральній метриках. |
| <p style="text-align: center;">Soft skills</p> | <p>Вивчення вибіркового освітнього компонента «Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона» сприяє набуттю здобувачами вищої освіти таких соціальних навичок (soft skills):</p> <ul style="list-style-type: none"> • здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; • здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; • здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; • здатність генерувати нові ідеї (креативність); • здатність працювати самостійно та в малих групах під час розв'язування проблемних завдань; • здатність планувати та управляти власною навчальною і дослідницькою діяльністю (тайм-менеджмент); • уміння формулювати та розв'язувати проблемні завдання, обґрунтовувати власні висновки; • здатність презентувати результати навчальної та наукової діяльності. |

Структура освітнього компонента

| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | *Форма контролю / Бали |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------|-----------|-----------|------------|------------------------|
| | Усього | У тому числі | | | | |
| | | Лек. | Практ. | Конс. | Сам. роб. | |
| Змістовий модуль I. Асимптотична теорія та класифікація функцій | | | | | | |
| Тема 1. Символи Ландау та повні асимптотичні розклади функцій. <i>Поняття асимптотичної рівності, символи O, o, повні асимптотичні розклади, їх властивості та застосування в теорії наближення.</i> | 14 | 1 | 2 | 1 | 10 | УО, РЗ, РМГ/ 5 б. |
| Тема 2. Дробові та узагальнені похідні. Класи диференційовних функцій. <i>Дробові r-ті похідні, (r, β)-похідні в розумінні Вейля–Надя, (ψ, β)-похідні. Класи Вейля–Надя та Степанця.</i> | 26 | 2 | 2 | 2 | 20 | УО, РЗ, РМГ/ 10 б. |
| Тема 3. Теорія насичення лінійних методів підсумовування рядів Фур'є. <i>Порядок і клас насичення, константи Лебега, граничні можливості лінійних методів апроксимації.</i> | 28 | 2 | 4 | 2 | 20 | УО, РЗ, РМГ/ 10 б. |
| Разом за змістовним модулем I | 68 | 5 | 8 | 5 | 50 | 25 б. |
| Змістовий модуль II. Апроксимативні властивості інтегралів Пуассона | | | | | | |
| Тема 4. Асимптотичні розклади наближень класів Соболева та класів спряжених функцій інтегралами Пуассона. <i>Дослідження швидкості збіжності та повних асимптотик наближень на класах Соболева та класах спряжених функцій.</i> | 26 | 1 | 4 | 1 | 20 | УО, РЗ, РМГ/ 5 б. |
| Тема 5. Задача Колмогорова–Нікольського для інтеграла Пуассона на класах Степанця. <i>Задача Колмогорова–Нікольського для (ψ, β)-диференційовних періодичних функцій та інтеграла Пуассона у рівномірній та інтегральній метриках.</i> | 28 | 2 | 4 | 2 | 20 | УО, РЗ, РМГ/ 10 б. |
| Тема 6. Наближення класів локально сумовних функцій операторами Пуассона. <i>Апроксимація функцій, заданих на всій числовій осі, інтегралами Пуассона. Оцінки швидкості наближень та асимптотичні властивості.</i> | 28 | 2 | 4 | 2 | 20 | УО, РЗ, РМГ/ 10 б. |
| Разом за змістовним модулем II | 82 | 5 | 12 | 5 | 60 | 25 б. |
| Контрольна робота | | | | | | 30 б. |
| ІНДЗ | | | | | | 20 б. |
| Всього годин/ балів | 150 | 10 | 20 | 10 | 110 | 100 б. |

* Форма контролю: УО – усне опитування, РЗ – розв'язування задач, РМГ – робота в малих групах.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

1. Підготовка до практичних занять – 20 год;
2. Вивчення тем, що виносяться на самостійне опрацювання – 45 год:
 - Регулярність лінійних методів, що визначаються прямокутними матрицями.
 - Константи Лебега для лінійних методів, що задаються прямокутними матрицями.
 - Сингулярні інтеграли та їх властивості.
 - Наближення сумами Фур'є функцій невеликої гладкості.
3. Виконання ІНДЗ – 25 год;
4. Систематизація вивченого матеріалу перед контрольною роботою – 20 год.

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/yrNruzhM>).

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Максимальна кількість балів за поточний контроль з освітнього компонента – 100 балів. Поточний контроль реалізується в різних формах, зокрема оцінюється робота на парах (усне опитування, розв'язування задач) (50 балів), самостійне виконання індивідуальних завдань (20 балів) та контрольна робота (30 балів).

Студентам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Згідно з Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/qtBVgtNu>) студенту можуть бути зараховані результати навчання, які отримані у формальній, неформальній та/або інформальній освіті.

Залік виставляється за результатами поточної роботи за умови, що здобувач освіти виконав ті види навчальної роботи, які визначено силабусом. У випадку, якщо здобувач освіти не відвідував окремі аудиторні заняття (з поважних причин), на консультаціях він має право відпрацювати пропущені заняття та добрати ту кількість балів, яку було визначено на пропущені теми. Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали, накопичені за семестр, анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір із 6 завдань, що представляють змістові модулі курсу. Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку – 100. Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

Критерії поточного оцінювання

При роботі здобувача на практичних заняттях оцінюються: систематичність роботи на практичних заняттях, рівень знань, продемонстрований у відповідях при усному опитуванні, активність при обговоренні питань. За перший та другий змістовні модулі здобувач може отримати максимально 25 балів. Разом за роботу на практичних заняттях здобувач може отримати максимально 50 балів.

Оцінювання ІНДЗ здійснюється за 20-бальною шкалою. ІНДЗ подається викладачеві, який читає лекційний курс з даної дисципліни, не пізніше, ніж за 2 тижні до заліку.

Критерії оцінювання ІНДЗ:

20–18 балів ставиться в тому випадку, коли студент правильно розв'язує всі завдання, повністю описує пояснення ходу розв'язання, допускає лише неточності в оформленні чи помилку в обчисленні.

17–15 балів ставиться тоді, коли студент не повністю дослідив поставлені завдання або допустив деякі неточності (допустив помилки в обчисленнях або виконав 80% завдань.)

14–10 балів ставиться в тому випадку, коли студент не повністю розв'язав задачу або допускає помилки при розв'язанні практичних завдань, але виконано правильно не менше 70% від всіх даних йому завдань.

9–6 бали ставиться, коли студент під час розв'язування пропустив суттєві моменти розв'язання або допустив грубі помилки, виконав не менше 30% від загальної кількості запропонованих йому завдань.

5–1 бали ставиться, коли при підготовці ІНДЗ студент під час роботи показав незнання основних методів розв'язання, допустив грубі помилки, виконав менше 30 % від загальної кількості запропонованих йому завдань.

0 балів ставиться, якщо студент не здав ІНДЗ або жодного завдання не виконав правильно.

В кінці курсу заплановано підсумкову контрольну роботу, що оцінюється максимально в 40 балів.

Критерії оцінювання контрольної роботи:

30–27 балів ставиться, якщо студент правильно розв'язав практичні завдання, вміє пояснити методику розв'язання та зміст застосовуваного понятійного апарату і формул. Вміє аргументувати свої думки.

26–23 балів ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені окремі незначні помилки у розв'язанні.

22–18 балів ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені помилки у розв'язанні не дають можливості зробити правильні висновки.

17–11 балів ставиться, якщо студент частково розв'язав практичні завдання, але не спромігся аргументувати свою відповідь, помилився у використанні понятійного апарату та методики розв'язання задачі.

10–5 балів ставиться, якщо студент погано засвоїв основні поняття, не вміє розв'язувати більшість типових задач, допускає суттєві помилки.

4–0 балів ставиться, якщо студент неправильно розв'язав практичні завдання, показав незадовільне знання понятійного апарату, або взагалі нічого не відповів.

Питання до заліку

1. Поняття асимптотичної рівності. Символи Ландау O , o , їх властивості та приклади застосування.
2. Повні асимптотичні розклади функцій: означення, єдиність, основні правила оперування.
3. Класифікація періодичних функцій.
4. Дробові r -ті похідні: означення та основні властивості.
5. (r, β) -похідні у розумінні Вейля–Надя: означення та приклади.
6. Класи Соболева та їх характеристика в термінах похідних.
7. Класи спряжених функцій та їх властивості.
8. Класи Вейля-Надя.
9. Класи Степанця (ψ, β) -диференційовних функцій.
10. Поняття лінійного методу підсумовування рядів Фур'є. Приклади таких методів.
11. Інтеграл Пуассона як лінійний метод підсумовування рядів Фур'є.
12. Сингулярні інтеграл та їх властивості.
13. Поняття порядку та класу насичення лінійного методу.
14. Константи Лебега та їх роль у теорії наближення.
15. Регулярність лінійних методів, що визначаються прямокутними матрицями
16. Інтегральне представлення величин відхилень операторів, породжених лінійними методами підсумовування.
17. Асимптотичні розклади величин наближень інтегралами Пуассона на класах Соболева.
18. Асимптотичні розклади величин наближень інтегралами Пуассона на класах спряжених функцій.
19. Розв'язання задачі Колмогорова–Нікольського на класах Степанця в рівномірній метриці.
20. Розв'язання задачі Колмогорова–Нікольського на класах Степанця в інтегральній метриці.
21. Наближення класів локально сумовних функцій, заданих на всій числовій осі, операторами Пуассона: основні результати та оцінки швидкості збіжності.

Шкала оцінювання

| Оцінка в балах за всі види навчальної діяльності | Лінгвістична оцінка |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 90 – 100 | Зараховано |
| 82 – 89 | |
| 75 – 81 | |
| 67 -74 | |
| 60 – 66 | |
| 1 – 59 | Незараховано (необхідне перескладання) |

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно з Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/ttbVqYmy>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesi-ukrayinki>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/CtbVwTyi>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбуватися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Визнання результатів навчання з ОК, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення, поновлення здобувача освіти до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках програм академічної мобільності; за результатами навчання, здобутими з використанням елементів дуальної освіти; під час навчання здобувача освіти у двох і більше закладах освіти або ОПП.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/iteZgigI>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання завдань поточного контролю, завдань підсумкової контрольної роботи (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перекладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися

про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (бали будуть знижені на 10%).

Опитування

По завершенню курсу студентам буде надано анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу.

Рекомендована література

1. Yurii Kharkevych, Tetiana Zhyhallo, Kostiantyn Zhyhallo, Jozef Zajac. Approximation of classes of differentiable functions by Poisson integrals: monograf. Instytut Naukovo-Wydawniczy „Spatium”, Radom. Chełm, 2020. 150 p.
2. Грабова У.З., Кальчук І.В., Харкевич Ю.І. Сингулярні інтеграли типу Абеля-Пуассона та їх апроксимаційні властивості на класах Вейля-Надя: Монографія. Луцьк : Вежа-Друк, 2021. 140 с.
3. Кальчук І.В., Харкевич Ю.І. Екстремальні задачі теорії наближень на класах диференційовних функцій: монографія. Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2019. 176 с.
4. Жигалло Т.В., Жигалло К.М., Харкевич Ю.І. Методи теорії наближень на класах диференційовних функцій: навч. посіб. Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2017. 180 с.
5. Stepanets A.I. Methods of Approximations Theory. VSP: Leiden, Boston, 2005. 919 p.

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Волошина Т.В.

Затверджено на засіданні кафедри теорії функцій та методики навчання математики
протокол № 9 від 28 січня 2026 р.

Завідувач кафедри



Гембарська С.Б.